FAIRNESS FINANCE

Risque de défaut et évaluation des actions :

grand oublié ou révolution culturelle ?

Synthèse et extraits d'un article déposé sur le réseau SSRN :

Clère, Roland and Marande, Stéphane, « *Risque De Défaut Et Valeur Des Actions: Grand Oublié Ou Révolution Culturelle? (Risk of Default and Value of Shares: A Cultural Revolution?)* » (November 6, 2017). Available at SSRN: https://ssrn.com/abstract=3065948

1.1 Prologue : l'exemple des PME et ETI cotées

- Sur une population d'environ 450 PME et ETI cotées à Paris, au cours de la période 2005 – 2013, 1,74 % d'entre elles ont été placées en redressement judiciaire, chaque année* ;
- Durant les 3 années qui ont précédé la dernière grande crise financière, le taux de défaut annuel (mise en redressement) était en moyenne de 1,3 % ;
- Au cours des 6 années suivantes ce taux est passé à 2 %, retrouvant en 2013 son niveau d'avant crise :

Echantillon PME-ETI[1]	**2005**	**2006**	**2007**	**2008**	**2009**	**2010**	**2011**	**2012**	**2013**	**Moyenne**	**Notation implicite**
Taille de l'échantillon	426	470	483	456	459	459	451	438	441	**454**	
Taux de défaillance	1,64%	0,85%	1,45%	1,75%	2,83%	1,53%	2,00%	2,05%	1,59%	**1,74%**	B+ à BB-

(1) Sociétés cotées sur les compartiments B, C et Alternext, hors foncières, sociétés de portefeuille, coquilles, banques et assurances

* IDMidCaps, « *Etude sur les défaillances et sur les performances 2005-2013 dans les PME – ETI cotées* », pour l'Observatoire du financement des entreprises par le marché, **http://www.pme-bourse.fr/publications/etudes-et-rapports.html**

* Cette évolution a été cohérente avec celle de l'ensemble des sociétés cotées ou non, cf. annexe 1.

1.1 Prologue : l'exemple des PME et ETI cotées

- Si l'on distingue les PME* des ETI*, le taux de défaut des plus petites est deux fois supérieur ;
- Cumulé sur 9 ans, le taux de défaut des PME ressort à 24 % contre 11 % pour les ETI :

	PME		**ETI**	
Taux de défaillance	**Moyenne**	**Notation implicite**	**Moyenne**	**Notation implicite**
Moyenne 1 an	2,7%	B+	1,3%	BB-
Cumul moyen / 4 ans*	11%	B+ à BB-	6%	BB- à BB
Cumul moyen / 5 ans*	14%	B+ à BB-	7%	BB- à BB
Cumul / 9 ans*	24%	B+ à BB-	11%	BB- à BB

**D'après l'analyse des données figurant dans l'étude citée*

- Selon les matrices de transition de S&P (1981-2016), ces taux de défaut correspondent à des émetteurs de classe « spéculative », i.e. « non investment grade ».

* Selon l'INSEE, moins de 250 salariés et chiffre d'affaires inférieur à 50 M€ ou total de bilan inférieur à 43 M€. Les auteurs de l'étude ont assimilé les autres sociétés de l'échantillon à des ETI, bien que marginalement, certaines relèvent selon définition de l'INSEE de la catégorie des grandes entreprises (au moins 5 000 salariés et plus de 1,5 Md€ de chiffre d'affaires ou un total de bilan supérieur à 2 Mds€).

1.1 Prologue : l’exemple des PME et ETI cotées

- Quel impact sur la performance moyenne des investisseurs (dividendes réinvestis) ? :

Performances annuelles dividende réinvesti	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	Cumul
Echantillon	4,6%	31,8%	-1,2%	-45,4%	48,5%	39,3%	-6,4%	4,9%	24,9%	**88,5%**
Echantillon hors sociétés défaillantes	4,9%	32,1%	-0,3%	-45,1%	50,5%	40,5%	-6,0%	8,6%	25,8%	**106,0%**

Calculs réalisés par IDMidCaps

- La performance moyenne en 9 ans a été de **7,3 %** par an (88,5 % cumulée) contre **8,36 %** par an (106 %) en l’absence de défaut, soit un écart de **106** points de base par an : pourquoi un tel écart ?

  Au cours de ces 9 années, 71 sociétés ont été défaillantes et placées en redressement judiciaire. Sur ce total :

  - 61 d’entre-elles (soit 86 %) ont été liquidées à perte pour leur actionnaires ;
  - 3 sociétés (soit 4 %) ont été rachetées selon une modalité équivalant à un taux de recouvrement nul pour l’actionnaire ;
  - 7 sociétés (soit 10 %) étaient encore engagées à fin 2013 dans un plan de continuation, au prix généralement d’opérations très dilutives pour leurs anciens actionnaires (coup d’accordéon ou penny stocks).

1.1 Prologue : l'exemple des PME et ETI cotées hypothèse exploratoire

Nous en inférons qu'il faut distinguer l'espérance de rendement et le coût du capital :

- Tous les ans, des sociétés font faillite, et, $E(r)$, le rendement net du risque de faillite (7,3 % en moyenne dans notre exemple) peut être vu comme un coût d'opportunité pour évaluer des prévisions elles aussi nettes du risque de faillite :

$$V_t = V_0 \times \left(1 + E(r)\right)^t \quad \Rightarrow \quad V_0 = \frac{V_t}{\left(1 + E(r)\right)^t} = \frac{E(CF_t)}{\left(1 + E(r)\right)^t}$$

- Par contre, si les prévisions de revenus ne sont pas nettes du risque de faillite, elles ne sont plus des espérances mathématiques mais des prévisions en cas de survie et dès lors le coût du capital, k, n'est plus l'espérance de rendement de l'actif mais un taux majoré d'une prime de défaut, Π_d, pour corriger la prévision d'un biais systématique, $E(P)$, la perte en cas de défaut :

$$V_0 = \frac{E(CF_t)}{\left(1 + E(r)\right)^t} = \frac{E(CF_t) + E(P)}{(1 + E(r) + \Pi_d)^t} = \frac{E(CF_t|S_t)}{(1 + k)^t} = \frac{CF_t}{(1 + k)^t}$$

- Comme la plupart du temps les prévisions de cash flow sont établies en cas de survie, il faut les actualiser à un taux « brut » du risque de défaut, lequel serait basé dans notre exemple sur le rendement brut de 8,36 %.

1.2 L’objectif et les enjeux de la méthodologie exposée ce matin

- Combien de fois avons-nous reçu des prévisions probabilisées des pertes en cas de défaut ?
- Si dans la plupart des cas, vous travaillez comme moi avec des prévisions en cas de survie, la question devient : « ***comment estimer la prime de défaut à intégrer dans le coût du capital en s’appuyant sur une approche rationnelle qui se substitue à l’approche qui consiste à ajouter une prime de risque « spécifique » totalement intuitive et empirique à l’espérance de rendement du marché ?… »***

- Il existe de multiples sources d’écarts entre l’espérance moyenne pondérée du rendement du marché et le coût du capital à appliquer aux prévisions de cash flows d’une entreprise particulière*, aujourd’hui, nous n’en envisagerons qu’une seule : la correction du biais de prévision lié à la non prise en compte du risque de défaut :
  - Sachant que le taux de recouvrement d’une dette financière chirographaire est en moyenne sensiblement inférieur à l’unité en cas de faillite, alors il est en moyenne proche de zéro pour un actionnaire. En première approximation, si, comme John Hull (cf. infra), nous retenons une règle de proportionnalité entre le spread rémunérant le risque de défaut et la perte en cas de défaut, <u>alors cette prime de défaut est maximum s’agissant d’une action</u> ;
  - Or, même si le spread d’un emprunt incorpore ne serait-ce que quelques dizaines de points de base au titre de la rémunération du risque de faillite, la prise en compte d’un multiple de cette prime dans le calcul du coût des fonds propres est probablement significative sur la valeur d’une action, puisqu’elle l’est déjà pour la valeur d’un emprunt.

* Pour un inventaire non exhaustif , fiches n°3 à n°5 du site Fairness Finance dans la rubrique Méthodologie : http://www.fairness-finance.com/fairness-finance

1.2 L’objectif et les enjeux de la méthodologie exposée ce matin

D’un point de vue pratique, l’enjeu consiste donc à **ajuster** ***l’espérance de rendement*** des actions pour évaluer des sociétés qui potentiellement ne sont pas des *investment grades* voire situées en dehors des sentiers battus, i.e. **qui s’éloignent de la norme** de leur secteur ou de la moyenne des sociétés de taille équivalente (ce second raisonnement valant notamment pour les small caps).

D’autre part, nous allons démontrer que le risque de défaut touche ***toutes*** les entreprises et pas seulement celles qui sont endettées et ce, dans des proportions généralement significatives pour l’évaluateur, (l’endettement n’étant qu’un facteur aggravant du risque de défaut*).

Plan :

- Dans ce qui suit, nous allons envisager tout d’abord le risque de défaut sous une forme qui ne préjuge pas de la technique employée pour estimer la distance au défaut : il s’agit du formalisme de la **fonction d’intensité de défaut** ;
- Une fois exposé le modèle d’estimation du risque de défaut obligataire à fonction d’intensité nous exposerons un modèle plus général d’estimation du spread de crédit des obligations ;
- Le modèle à intensité sera enfin étendu aux actions afin de répondre à la problématique de départ.

* Cf. annexe 2.

2. Le modèle de défaut à fonction d'intensité

- Le modèle de défaut dit « **<u>à intensité</u>** » est une approche actuarielle permettant d'établir un **lien fonctionnel** entre i) **le risque de défaut** sur un certain intervalle de temps, ii) le **taux de recouvrement** en cas de défaut et iii) **la prime de risque de défaut** ou le **spread de défaut** exigé en rémunération de ce risque.

- A la différence des modèles qualifiés de ***structurels*** et qui ont été abondamment développés dans le sillage des travaux fondateurs de Merton, l'approche à intensité ne nécessite aucun présupposé quant au modèle d'estimation du risque de défaut : peut importe que l'estimation de cette probabilité de défaut procède soit i) d'une approche optionnelle (Merton), ou ii) d'une analyse crédit fondamentale (rating), ou iii) d'une analyse stochastique du risque d'inadéquation entre marge sur coûts variables et frais fixes*.

- Ce modèle se fonde sur les outils classiques de **<u>l'analyse fonctionnelle : la probabilité de défaut est une fonction du temps</u>**.

- Par ailleurs, le lien peut être établi entre la fonction d'intensité et la loi de Poisson (Siméon Denis), ce qui rattache cette approche à un modèle stochastique à sauts, où le modèle de Poisson ne serait qu'un cas particulier de fonction d'intensité de défaut constante.

* Clère, Roland, ''After Modigliani, Miller and Hamada; A New Way to Estimate Cost of Capital?'' (Après Modigliani, Miller et Hamada: une nouvelle façon d'estimer le coût du capital?) (November 23, 2016). Available at SSRN: https://ssrn.com/abstract=2868702

2. Le modèle de défaut à fonction d'intensité

Pour comprendre le modèle, définissons quelques termes :

Probabilité de survie jusqu'à une certaine date ou de faire défaut d'ici à cette même date

Le défaut n'entraine pas nécessairement la mort de l'entreprise. Il peut même être anticipé, des difficultés passagères pouvant être gérées par la mise en place de *procédures de sauvegarde ou de conciliation*. Nous nous plaçons ici en aval de ces procédures amiables, en cas de **redressement judiciaire**, lequel débouche soit sur :

- un **redressement** avec **plan de continuation** s'accompagnant éventuellement de cessions partielles ;
- une **liquidation judiciaire** par cession de l'entreprise, de ses branches d'activité ou de ses actifs isolément.

Comme ces scénarios entrainent la déchéance du terme des créances et aboutissent généralement à une forte dépréciation de leur valeur, et de la quasi-totalité de la valeur pour l'actionnaire, <u>nous envisagerons comme **exclusifs** les deux scénarios suivant</u> :

- Le scénario de survie « S », en l'absence de défaut ;
- Le scénario de défaut « D ».

$$\boldsymbol{p(S) = 1 - p(D)}$$

2. Le modèle de défaut à fonction d'intensité

Probabilités de survie et de défaut ***cumulées*** et ***conditionnelles*** :

La probabilité de survie jusqu'à une date $t+1$ s'écrira comme le produit de la probabilité de survivre jusqu'à la date t, « $p(S_t)$ », et de $p\left(S_{]\boldsymbol{t};\boldsymbol{t+1}]}\right)$, i.e. celle de survivre durant la période suivante, « $\Delta t =]t\,;\ t+1]$ ».

$$\boldsymbol{p(S_{t+1}) = p(S_t) \times p\left(S_{]t;t+1]}\right)}$$

Cette probabilité de survie durant la période Δt est exclusive de la probabilité de faire défaut durant cette même période, laquelle est appelée la **probabilité « conditionnelle de défaut »**, i.e. la probabilité de faire défaut conditionnée au fait d'avoir survécu jusqu'en t et qui se note « $p(D_{t+1}|S_t)$ » que nous noterons plus simplement « $\boldsymbol{d_t}$» :

$$\boldsymbol{p(S_{t+1}) = p(S_t) \times p\left(S_{]t;t+1]}\right) = p(S_t) \times \left(1 - p(D_{t+1}|S_t)\right) = p(S_t) \times (1 - d_t)}$$

2. Le modèle de défaut à fonction d'intensité

Sur un intervalle de temps $]t\,;t+\Delta t]$ la probabilité marginale de défaut ΔD_t pour une unité de temps Δt supplémentaire est égale à :

$$\Delta D_t = S_t - S_{t+\Delta t} = S_t \times p(D_{t+\Delta t}|S_t)$$

- $$\Rightarrow \quad -\Delta D_t = S_{t+\Delta t} - S_t = -d_t \times S_t$$

Supposons qu'il existe une fonction de t, notée $\boldsymbol{\lambda(t)}$, et appelée « **fonction d'intensité de défaut** », telle que la probabilité de défaut conditionnelle d_t au cours d'un intervalle de temps Δt à venir, soit égale au produit de l'intensité à la date t et de la durée de cet intervalle :

- $$\lambda(t) \times \Delta t = d_t \qquad n°1$$

Alors l'équation n°1 devient :

$$S_{t+\Delta t} - S_t = -\lambda(t) \times \Delta t \times S_t \qquad n°2$$

La probabilité de survie S_t étant également une fonction de t, l'équation n°2 devient :

- $$\Delta S(t) = -\lambda(t) \times \Delta t \times S_t \qquad n°3$$

D'où en passant à la limite quand Δt tend vers zéro, au voisinage de t :

$$dS = -\lambda_{(t)} \times dt \times S \qquad n°4$$

$\frac{dY}{Y} = dln(Y)$ →

- $$\frac{dS}{S} = -\lambda_{(t)} \times dt \qquad n°5$$

Où l'on reconnaît dans le premier membre de l'équation la **différentielle de** $ln(S)$, d'où :

2. Le modèle de défaut à fonction d'intensité

$df(x) = f'(x).dx$

- $\Leftrightarrow \; dln(S) = -\lambda_{(t)} \times dt$ $\qquad n°6$

$\Leftrightarrow \; ln\big(S(t)\big) = -\int \lambda(t)dt + C \qquad$ *où C est une constante*

- $\Leftrightarrow \; S(t) = e^{-\int \lambda(t)dt + C}$ $\qquad n°7$

Cette intégrale de la fonction $\lambda(t)$ est définie sur l'intervalle $[0\,;t]$. La probabilité de survie est égale à 1 quand t est égal à zéro, et (inversement), il est raisonnable de postuler qu'elle tend vers zéro quand t tend vers l'infini.

Nous supposons qu'il existe ainsi une fonction $F(t)$ primitive de $\lambda(t)$, telle que ; $\lim_{t\to\infty} \frac{e^{F(0)}}{e^{F(t)}} = 0.$

Comme en pratique dans l'équation n°7 on peut faire abstraction de C qui s'annule dans l'intégrale définie suivante, la fonction de survie peut s'écrire :

$$\Longrightarrow \; S(t) = e^{-\int_0^t \lambda(x)dx} = e^{-|F(x)|_0^t} = e^{F(0)-F(t)} = \frac{e^{F(0)}}{e^{F(t)}} \qquad n°8$$

Par ailleurs plaçons nous dans le cas le plus simple où $F(0) = 0$, alors, l'intégrale définie de l'équation n°8 peut s'écrire comme suit :

$$F(t) = |F(x)|_0^t = \int_0^t \lambda(x)dx \qquad n°9$$

Or selon le théorème de la moyenne, il existe une valeur moyenne « $\bar{\boldsymbol{\lambda}}$» de $\lambda(t)$ lorsque x varie entre 0 et t, telle que :

- $$\bar{\boldsymbol{\lambda}} = \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{t}}\int_{\mathbf{0}}^{\boldsymbol{t}} \boldsymbol{\lambda(x)dx} = \frac{\boldsymbol{F(t)}}{\boldsymbol{t}} \qquad n°10$$

2. Le modèle de défaut à fonction d’intensité

Dès lors, l’équation n°10 devient :

$$\boxed{S(t) = e^{-F(t)} = e^{-\int_0^t \lambda(x)dx} = e^{-\bar{\lambda}\times t}} \qquad n°11$$

Si la fonction d’intensité $\lambda(t)$ est constante, égale à un nombre réel positif λ, alors :

$$\forall\, t \quad \lambda(t) = \lambda \quad \Rightarrow \quad F(t) = \int_0^t \lambda\, dx = \left|\lambda x + C\right|_0^t = \lambda \times t$$

Dans ce cas, l’intensité moyenne de défaut $\bar{\lambda}$ définie selon n°10 est égale à cette constante λ :

$$\bar{\lambda} = \lambda \quad et \quad \lambda(t) \times t = \lambda \times t$$

Et l’équation n° 11 devient :

$$\boxed{S(t) = e^{-\lambda\times t} = \left(\frac{1}{e^{\lambda}}\right)^{t}} \qquad n°12$$

On reconnaît dans cette dernière équation la probabilité de non occurrence d’une variable aléatoire suivant un ***processus de Poisson***. En d’autres termes, il est équivalent de poser que la fonction d’intensité de défaut est une constante λ ou que le nombre potentiel de défauts par unité de temps est une variable aléatoire suivant une loi de Poisson de paramètre λ.

Ceci traduit une situation où le décès résulte de causes aléatoires externes et d’intensité constante. Le processus de Poisson est donc un cas particulier de fonction d’intensité et nous verrons que dans l’économie réelle l’hypothèse d’une intensité de défaut constante ne peut être retenue.

2. Le modèle de défaut à fonction d'intensité

De ce qui précède on peut tirer les relations suivantes :

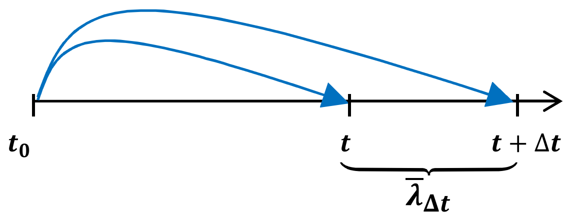
- Connaissant le taux de défaut non conditionnel à un horizon t on déduit l'intensité moyenne de défaut sur la période

$$\boxed{\bar{\lambda}_t = -\frac{\ln(1-D_t)}{t} \approx \frac{D_t}{t}}$$ ***pour des risques modérés***

$$\boxed{\begin{array}{l} -ln(1-3\%) \approx 3\% \\ -ln(1-20\%) \approx 22{,}3\% \end{array}}$$

- On déduit également les probabilités de défaut conditionnelles soit directement des probabilités de défaut cumulées soit des intensités de défaut moyennes :

Avec $d_{\Delta t}$ la probabilité de défaut sur un intervalle de temps Δt égal à $[t-\Delta t; t]$:



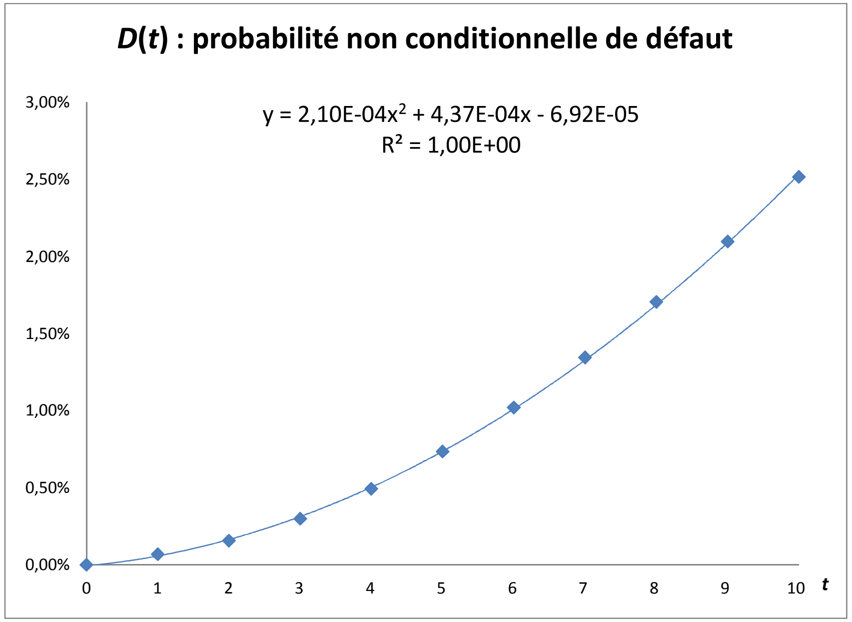
$$d_{\Delta t} = 1 - \frac{S_t}{S_{t-\Delta t}} = 1 - \frac{e^{-\bar{\lambda}_t \times t}}{e^{-\bar{\lambda}_{t-\Delta t} \times (t-\Delta t)}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\bar{\lambda}_{]t;t+1]} = \bar{\lambda}_{t+1}(t+1) - \bar{\lambda}_t \times t}$$

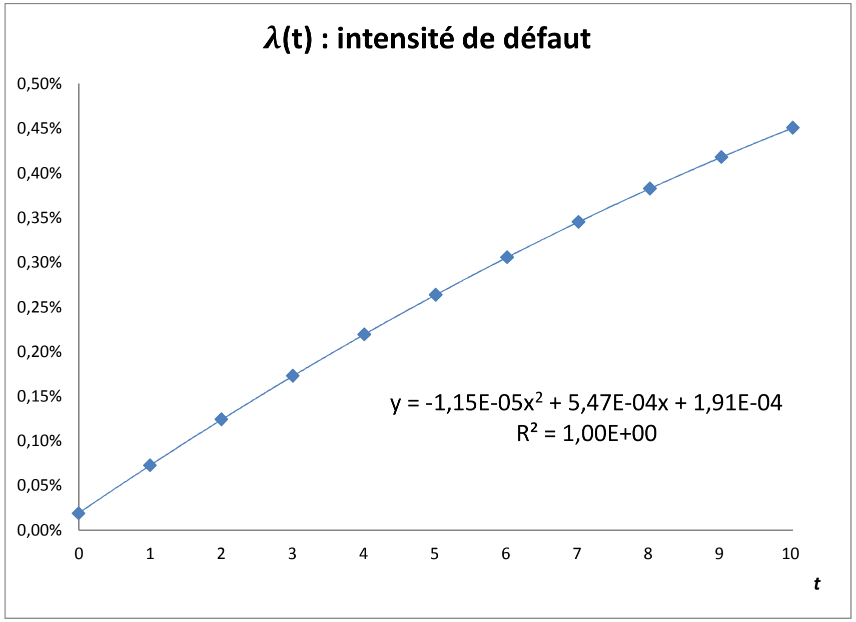
2. Le modèle de défaut à fonction d'intensité

Applications : quel est le profil moyen de l'intensité de défaut des émetteurs selon leur note ?

Si l'on suppose que les ***matrices de transition*** calculées sur longue période par les agences fournissent une espérance de la probabilité de défaut en fonction du temps, quelles sont les fonctions d'intensité de défaut associées à un niveau de notation ?

Notation A

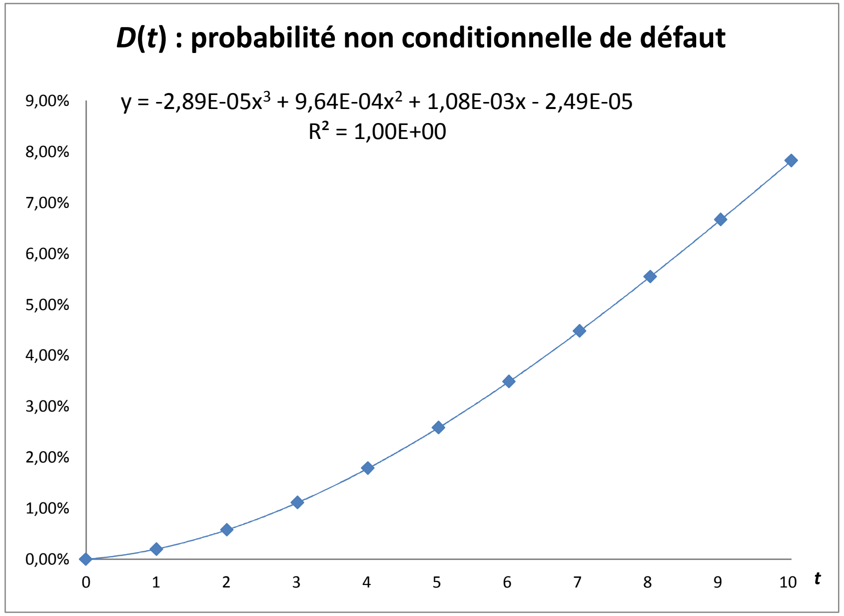


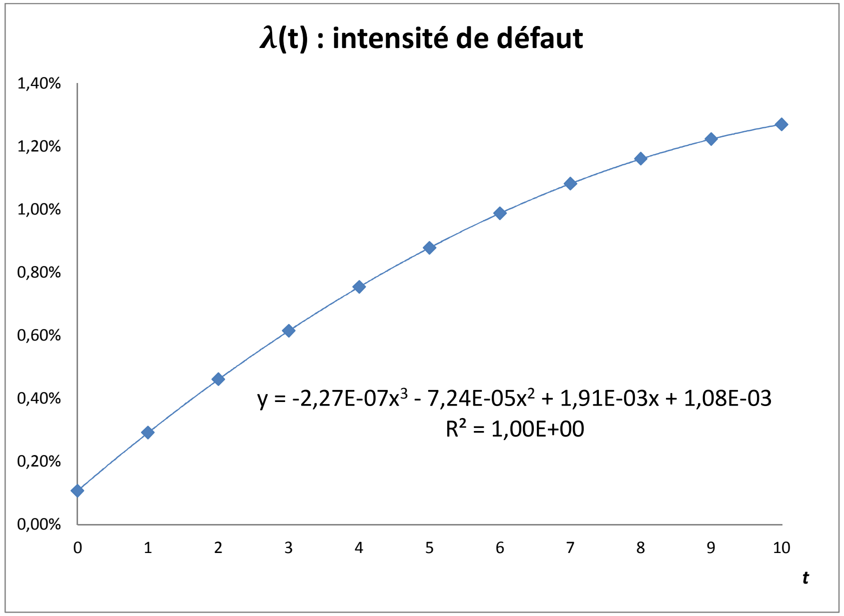


Pour les risques ***High grade***, l'intensité de défaut ne cesse d'augmenter : bien que peu risquée dans l'absolue, la situation d'un high grade ne fait que se détériorer avec le temps.

2. Le modèle de défaut à fonction d'intensité

Notation BBB

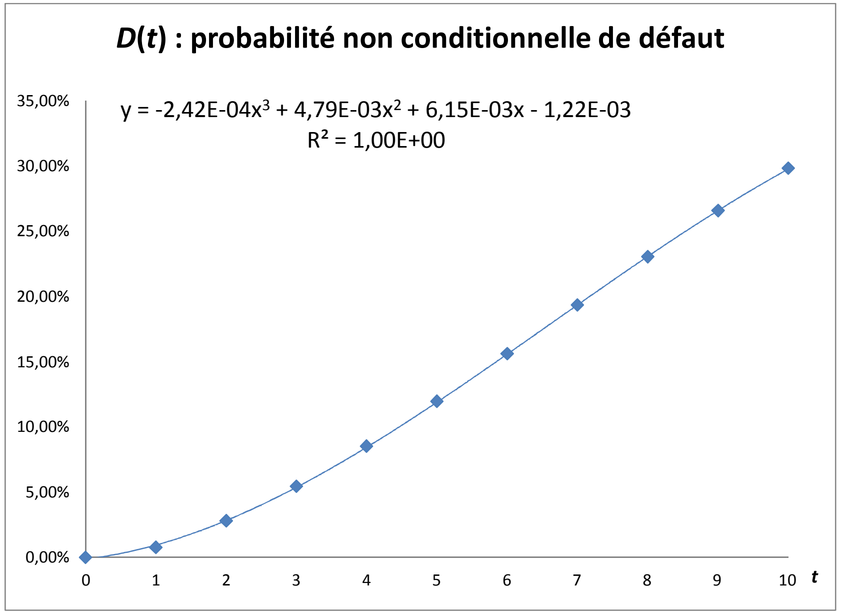


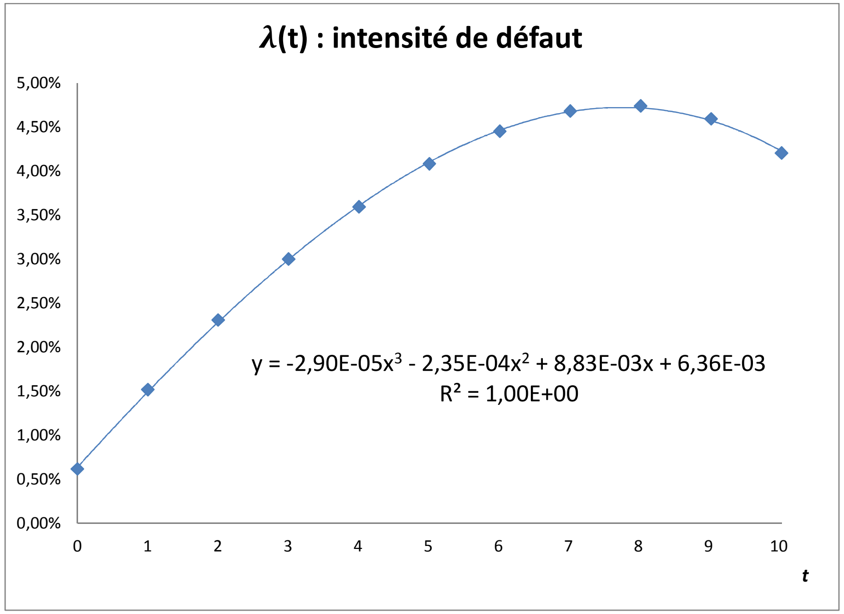


Pour les risques de **qualité moyenne**, l'intensité de défaut est également croissance, avec toutefois un très net ralentissement avec le temps, si bien que les probabilités conditionnelles de défaut se stabilisent à dix ans.

2. Le modèle de défaut à fonction d'intensité

Notation BB





Pour les risques de qualité ***spéculative***, l'intensité de défaut décroît la 9e année : les entreprises ayant survécu au processus sélectif des 8 premières années deviennent ensuite de moins en moins risquées.

A la différence des *investment grades*, pour lesquels sur un horizon de 10 ans le risque s'accroît avec le temps (phénomène typique de vieillissement ou de détérioration), les risques *spéculatifs* s'améliorent avec le temps passé une première phase de sélection : phénomène de « rétablissement ».

3. Le spread de défaut obligataire selon le modèle à intensité

Dans un environnement **averse au risque** le spread obligataire (contractuel) rémunère :

- Le risque de défaut (endogène) qui réduit l'espérance des flux, et justifie une prime Π_d en plus du rendement espéré ;
- Le risque de dispersion de valeur de l'obligation et partant de son rendement actuariel du fait :
  - de la migration de la note (risque endogène) ;
  - de la variation (exogène) de l'aversion générale au risque (prime de risque des actifs financiers, Π_R).

(à cela s'ajoute une problématique de liquidité, Π_L, et d'imperfections de marché que nous ne développerons pas ici).

Nous supposerons donc ici que les obligations peuvent s'insérer dans un portefeuille (*fonds ouvert*) d'actifs financiers risqués soumis aux principes de gestion du MEDAF :

$$\hat{r} = \Pi_d + \underbrace{\beta_d \Pi_R + \Pi_A + \Pi_L + r_f}_{E(r)}$$

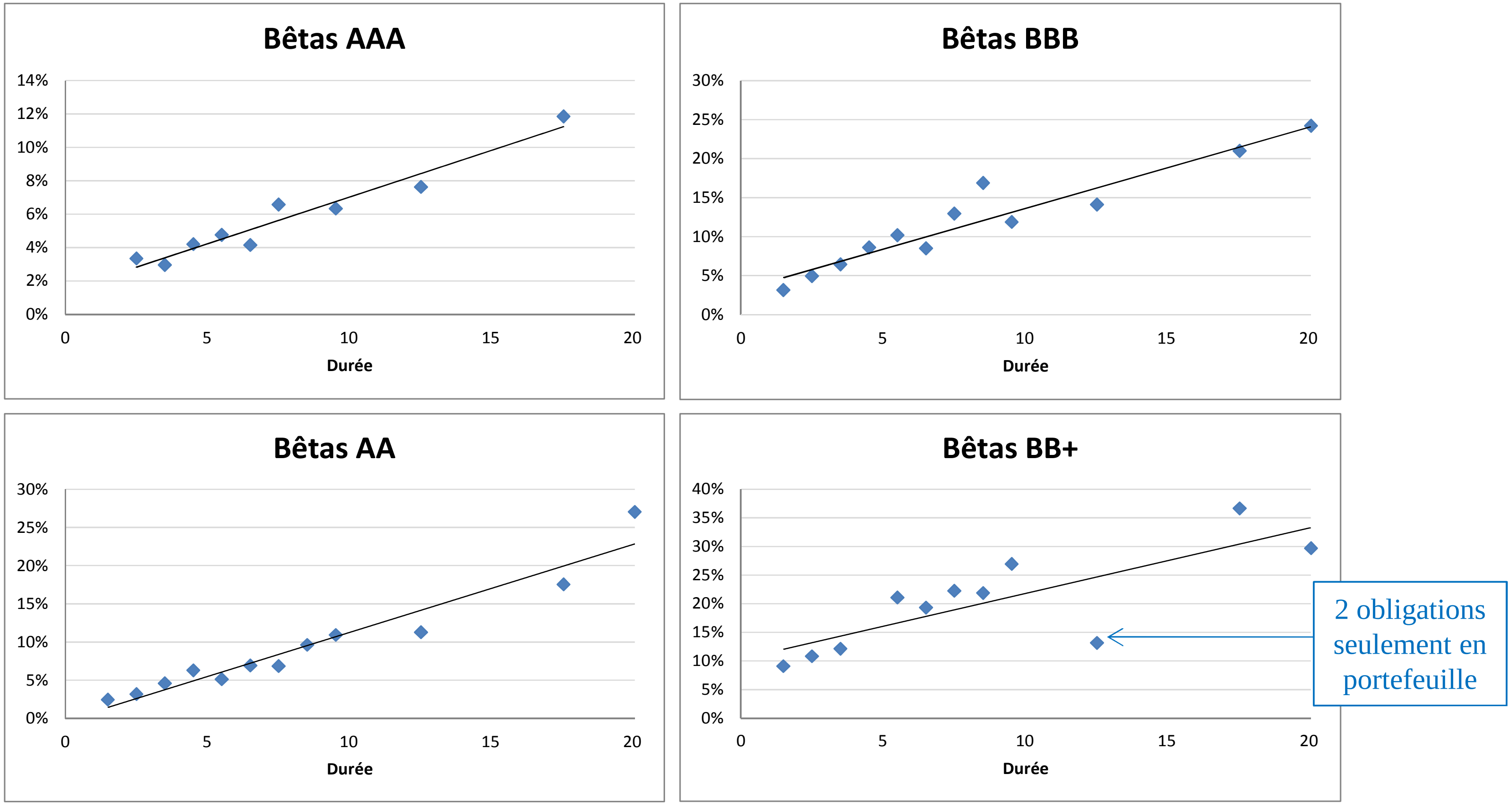
$$E(r) = \hat{r} - \Pi_d \iff E(r) = \beta_d \Pi_R + \Pi_A + \Pi_L + r_f$$

Où Π_A est la prime de substitut inférieur/liquidité des corporate AAA vs souverain, i.e. inexpliquée par le MEDAF ni par le risque de défaut.

Nota bene : Cette approche permet de tenir compte de **probabilités de défaut « réelles »** dans Π_d (et non pas « risque-neutres »).

3. Le spread de défaut obligataire selon le modèle à intensité

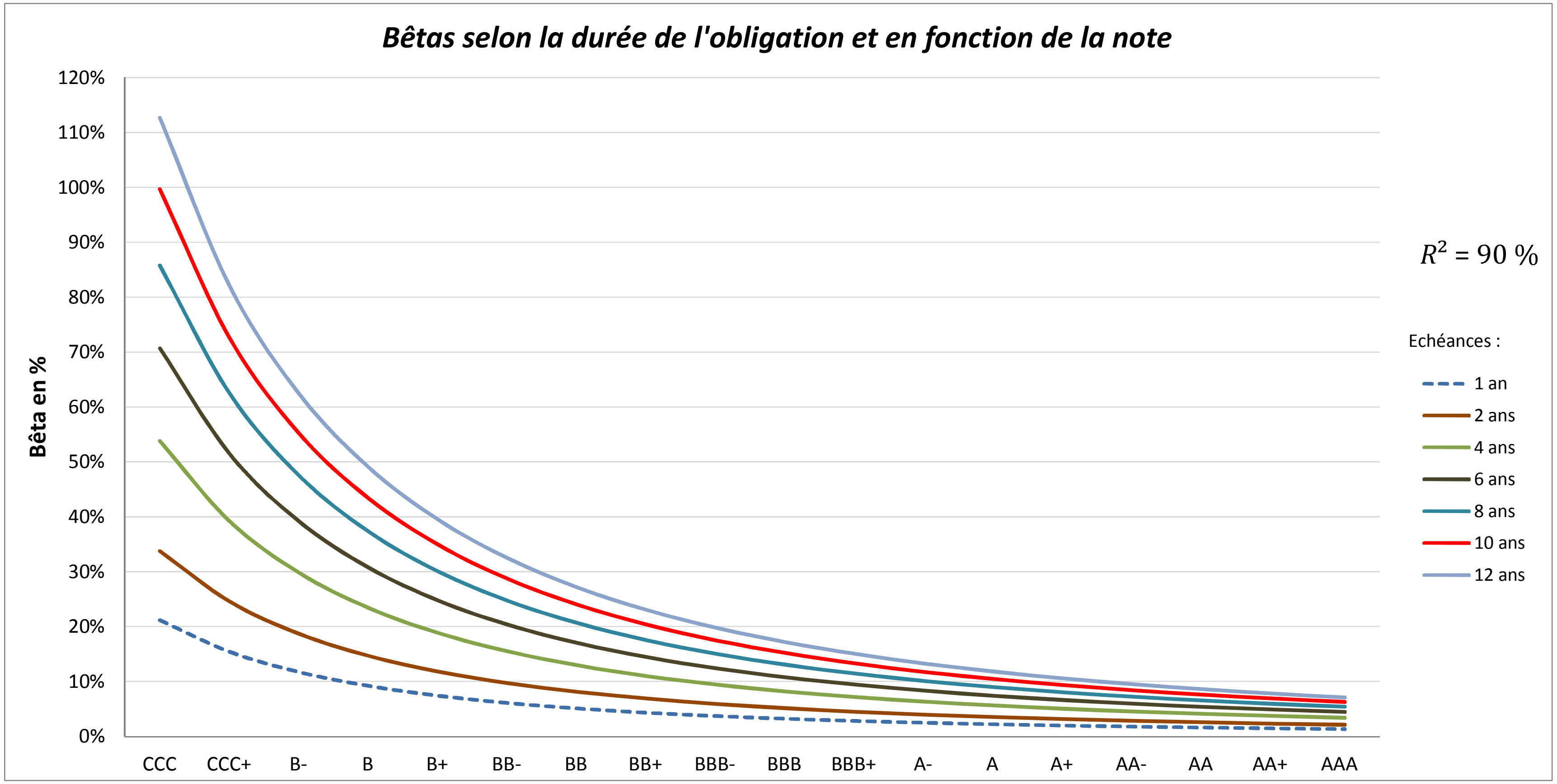
Graphiques des bêtas de portefeuilles obligataires en €, à fin 2015 (3 ans, recomposés mensuellement)



- Ceci valide en moyenne l'utilité et la pertinence du travaille des agences de notation,
- Ceci répond à l'objection relative au manque de liquidité des dettes obligataires en euro.

3. Le spread de défaut obligataire selon le modèle à intensité

Régression des bêtas de portefeuilles obligataires en fonction de leur maturités et de leurs notations

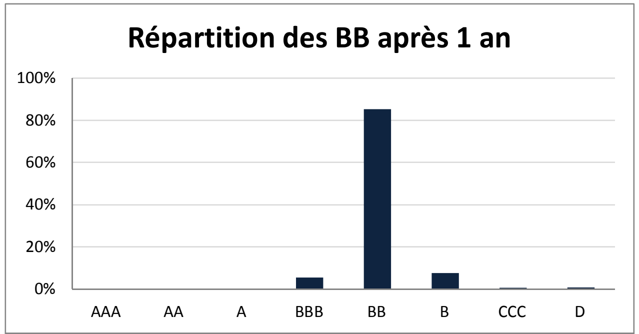


- Le risque systématique obligataire est de forme hyperbolique, $\beta = e^{-a\ln(N)+b\ln(D)+C} = \frac{D^b \times e^C}{N^a}$
- Pratiquement, il tend vers celui des portefeuilles d'actions pour les risques « spéculatifs » de maturités longues.

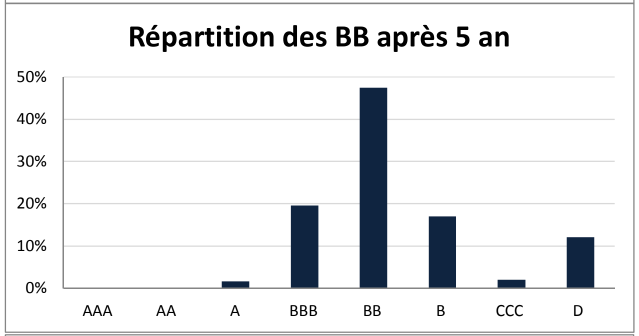
3. Le spread de défaut obligataire selon le modèle à intensité

Le risque de migration

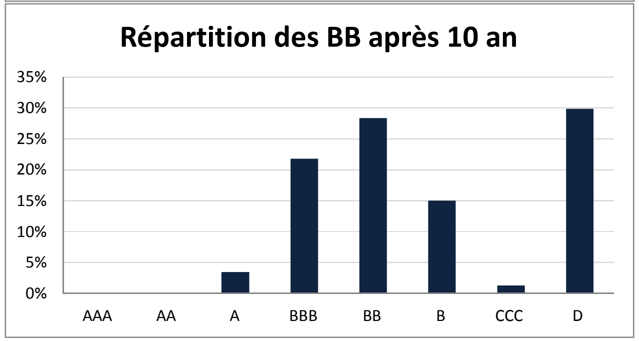
1 an	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	D
AAA	89,91%	9,33%	0,55%	0,05%	0,08%	0,03%	0,05%	-
AA	0,54%	90,43%	8,33%	0,53%	0,05%	0,07%	0,02%	0,02%
A	0,03%	1,85%	91,97%	5,58%	0,34%	0,14%	0,02%	0,06%
BBB	0,01%	0,11%	3,73%	91,26%	4,03%	0,54%	0,13%	0,19%
BB	0,01%	0,03%	0,13%	5,50%	85,19%	7,66%	0,68%	0,80%
B	-	0,03%	0,10%	0,22%	5,86%	84,44%	5,07%	4,28%
CCC	-	-	0,15%	0,22%	0,74%	15,26%	51,97%	31,65%
D	-	-	-	-	-	-	-	100,00%



5 ans	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	D
AAA	58,71%	33,59%	5,75%	0,96%	0,28%	0,19%	0,09%	0,41%
AA	1,82%	61,54%	30,43%	4,54%	0,72%	0,48%	0,05%	0,42%
A	0,10%	6,61%	69,58%	19,16%	2,72%	0,90%	0,20%	0,72%
BBB	0,04%	0,63%	14,14%	68,64%	10,33%	3,08%	0,54%	2,60%
BB	0,02%	0,12%	1,63%	19,59%	47,47%	17,06%	2,03%	12,07%
B	0,02%	0,05%	0,47%	2,74%	17,71%	41,68%	5,02%	32,31%
CCC	-	-	0,18%	1,13%	4,55%	18,59%	3,86%	71,68%
D	-	-	-	-	-	-	-	100,00%



10 ans	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	D
AAA	36,05%	44,70%	13,61%	3,98%	0,25%	0,29%	0,08%	1,03%
AA	1,94%	41,47%	43,12%	10,02%	1,54%	0,65%	0,04%	1,22%
A	0,17%	8,35%	55,03%	27,49%	4,68%	1,55%	0,22%	2,51%
BBB	0,03%	1,27%	18,63%	55,94%	11,50%	4,22%	0,57%	7,83%
BB	0,04%	0,14%	3,47%	21,80%	28,39%	15,03%	1,30%	29,84%
B	-	0,08%	0,93%	5,33%	14,25%	17,98%	1,87%	59,55%
CCC	-	-	0,30%	1,40%	5,84%	7,55%	0,60%	84,31%
D	-	-	-	-	-	-	-	100,00%



- Source S&P 1981-2016, industrielles, toutes zones, « *through the cycle* », corrigé des arrêts de suivi…

3. Le spread de défaut obligataire selon le modèle à intensité

Ceci étant posé, la valeur présente de l'obligation V_0 à la date t_0 est calculable selon deux approches possibles :

- La première consiste à actualiser les flux contractuels, CF, i.e. attendus en cas de survie, au taux actuariel $\hat{r}$:

$$V_0 = \sum \frac{CF_i}{(1+\hat{r})^i}$$

Flux risqué

Taux risqué

- La seconde consiste à actualiser les **espérances mathématiques** des flux, $E(CF)$, i.e. en tenant compte de la probabilité de survie, de la probabilité de défaut, et du taux de récupération de la créance en cas de défaut. Ces flux sont actualisés à un taux égal à l'espérance mathématique du rendement de l'obligation, $E(r)$:

$$V_0 = \sum \frac{E(CF_i)}{\left(1+E(r)\right)^i}$$

Flux dérisqué*

Taux dérisqué*

Les deux approches délivrent la même valeur de l'actif :

$$\boxed{\Rightarrow \; V_0 = \sum \frac{CF_i}{(1+\hat{r})^i} = \sum \frac{E(CF_i)}{\left(1+E(r)\right)^i}}$$

Avec : $\begin{cases} E(r) \leq \hat{r} \\ E(CF) \leq CF \end{cases}$

**« dérisqué » du seul risque de défaut*

3. Le spread de défaut obligataire selon le modèle à intensité

Dans le cas d'un flux unique :

- La valeur présente est égale à l'espérance du cash flow actualisée au taux de rendement espéré de l'actif :

$$V_0 = \frac{(1-d).CF_T + d.R.CF_T}{\left(1+E(r)\right)^T}$$

- L'espérance de la valeur future de l'actif est par conséquent égale à :

$$V_0 \times (1+\boldsymbol{E}(r))^T = V_f = (1-d).CF_T + d.R.CF_T$$

$$\Rightarrow V_f = CF_T - d.CF_T.(1-R)$$

D'où l'on déduit que l'espérance du flux futur est égale à l'espérance du flux en cas de survie diminuée de l'espérance de perte en cas de défaut :

$$\boxed{\boldsymbol{V_f = E(CF_T) = CF_T - d.P_T}}$$

Avec : $P_t = CF_T.\left(\underbrace{1-R}_{A}\right)$

3. Le spread de défaut obligataire selon le modèle à intensité

Dans le cas d'un flux unique : estimation de la prime de défaut

- On en déduit l'expression de la prime de défaut en temps discret :

$$\Pi_d = \hat{r} - r = \left(\left(1 - D_T . \underbrace{(1 - R)}_{A} \right)^{-\frac{1}{T}} - 1 \right) (1 + r)$$

$$\boldsymbol{\Pi_d = \left(\frac{1}{\sqrt[T]{1 - D_T \times A}} - 1 \right) (1 + r)}$$

- Et en temps continu :

$$\boldsymbol{\Pi'_d = \hat{r}' - r' = -\frac{ln(1 - D_T \times A)}{T}}$$

Où $\begin{cases} r' = \ln(1+r) \\ \hat{r}' = \ln(1+\hat{r}) \\ \hat{r} = e^{(\Pi'_d + r')} - 1 \end{cases}$

Par exemple pour $T = 1$, si : $D_T \times A = 3\ \%$ alors $\Pi'_\mathrm{d} \approx 3\ \%$

Pour des risques modérés le spread de défaut n'est pas loin d'être égal à : $\boxed{\Pi'_\mathrm{d} \approx \frac{D_T}{T} \times A \approx \overline{\lambda_T} \times A}$

(soit «***l'approximation de John Hull*** »)

En cas de multiplicité de flux :

- En termes de risque, une obligation in fine n'est pas la somme de plusieurs zéro coupons car la survenance d'un défaut avant l'échéance compromet la perception des flux ultérieurs ;
- L'espérance de chaque flux doit dès lors être vue comme le flux espéré en cas de survie diminué de la perte probabilisée en cas de défaut :

$$V_0 = \frac{CF_1}{1+\hat{r}} + \frac{CF_2}{(1+\hat{r})^2}$$

$$\boxed{\boldsymbol{V_0 = \frac{CF_1 - d_1 \times P_1}{1+r} + \frac{CF_2 - d_2 \times P_2}{(1+r)^2}}}$$

backward

$$\downarrow \begin{cases} P_2 = CF_2 \times \boldsymbol{A} \\ P_1 = {\color{red}F_1} \times \boldsymbol{A} = \left(\dfrac{CF_2}{1+r} + CF_1\right) \times \boldsymbol{A} \end{cases}$$

Valeur future dérisquée backward

On démontre que :

$$V_0 = \sum_1^T \frac{CF_i}{(1+r)^i} - \boldsymbol{A} \times \sum_1^T \frac{d_i F_i}{(1+r)^i}$$

et si ${\color{red}d}$ est constante :

$$\boxed{{\color{red}\boldsymbol{\overline{d}}} = \frac{\boldsymbol{F_0} - {\color{red}\boldsymbol{V_0}}}{\boldsymbol{A} \times \sum_1^T \frac{F_i}{(1+r)^i}}}$$

Où ${\color{red}\boldsymbol{d}}$ est la probabilité conditionnelle de faire défaut dans l'année, dépendante de ${\color{red}\boldsymbol{V_0}}$ (les autres variables étant généralement connues)

NB : il est possible inversement d'estimer Π_d à partir d'un spread de crédit hors risque systématique pour déduire $\bar{d}$ implicite (annexe 5).

4. Application aux actions

Le passage du MEDAF au modèle étendu d'estimation du coût du capital

- Pour une obligation il fallait distinguer le rendement contractuel « $\hat{r}$ » du rendement espéré « r » ;
- Pour une action, il faut maintenant distinguer le ***coût du capital*** « $\hat{r}$ » (taux d'actualisation), de ***l'espérance de rendement*** « r » de l'action :

$$\hat{r} = \Pi_d + \Pi_O + \underbrace{\beta_L \Pi_R + \Pi_L + r_f}_{r}$$

Si $\boldsymbol{E(CF)}$ est l'espérance mathématique du cash flow prévisionnel et $\boldsymbol{r}$ l'espérance de rendement selon le MEDAF (ajusté de la liquidité) alors la valeur d'une action est égale à la valeur présente de ses flux prévisionnels selon la **formule n°1** s'ils sont des **espérances mathématiques** :

$$V = \sum_{t=1}^{T} \frac{E(CF_t)}{(1+r)^t} \quad n°1 \qquad \Leftrightarrow \qquad V = \sum_{t=1}^{\boldsymbol{T}} \frac{E(CF_t) + \boldsymbol{d_t} \times \boldsymbol{P_t} + \Delta_{O.t}}{\left(1 + \underbrace{\boldsymbol{r} + \Pi_d + \Pi_O}_{\hat{\boldsymbol{r}}}\right)^t} \quad n°2$$

… et selon la **formule n°2** si ce sont des anticipations « **en cas de survie** » qui surestiment les flux ;

- en ne prenant pas en compte la probabilité de défaut , d'où un premier écart $\boldsymbol{d_t} \times \boldsymbol{P_t}$,
- et en étant entachées d'un biais systématique de prévision, par excès d'optimisme, d'où un second écart Δ_O,

Pour compenser ces deux biais, l'espérance de rendement selon le MEDAF est majorée de deux primes de risques ;

- Π_d **est la prime pour risque de défaut ;**
- Π_O est la prime de risque pour biais d'optimisme (non traitée dans cette présentation).

4. Application aux actions

Le taux de récupération est quasi-nul pour l'actionnaire en cas de défaut

- Dans le cas des small caps cotées présentées en prologue, les ***anciens*** **actionnaires** ont tout perdu :
  - Soit que du fait de leur degré de subordination il n'y avait plus rien à récupérer ;
  - Soit qu'ils ont été dilués par une recapitalisation (à laquelle ils n'ont pas toujours pu participer).

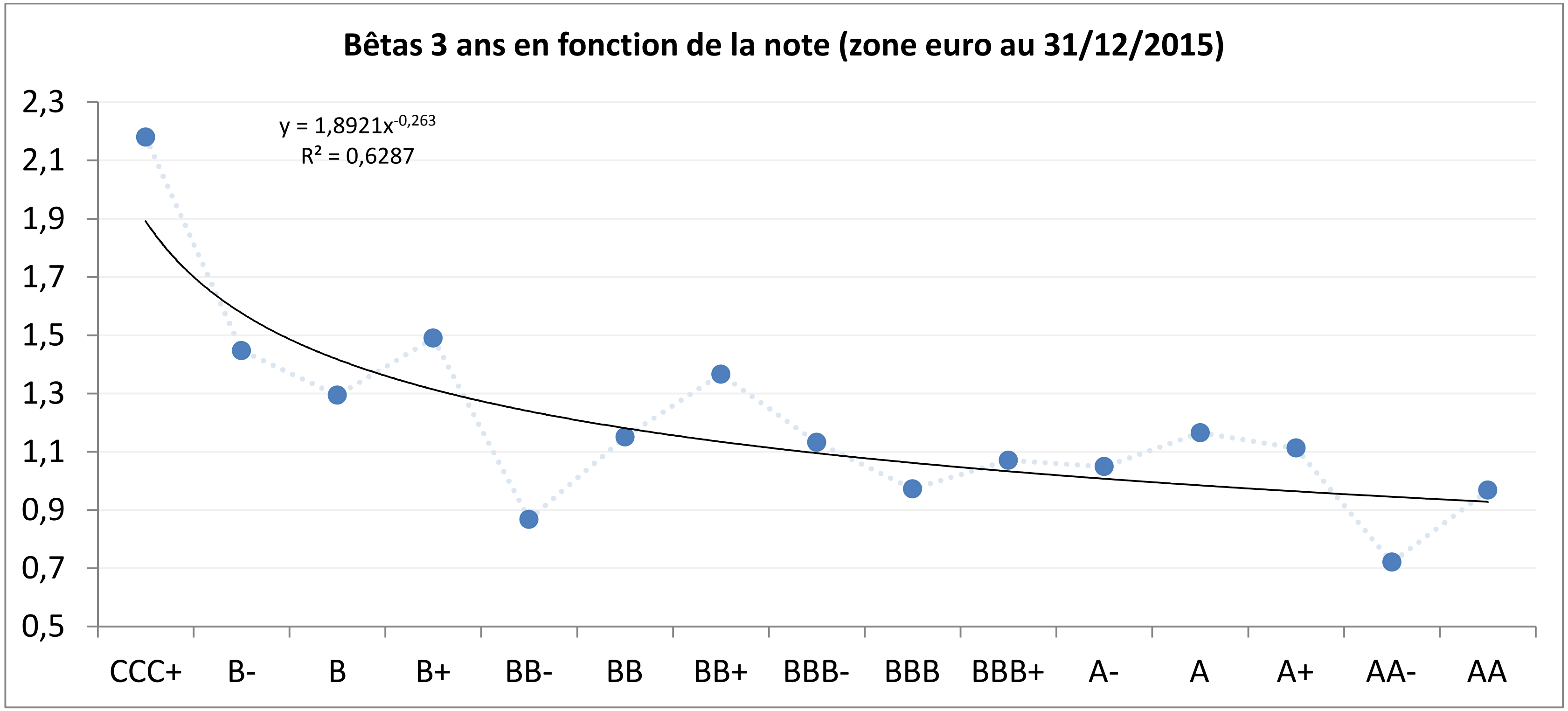
  Il n'y a pas beaucoup plus à espérer pour un actionnaire d'une large cap en cas de redressement judiciaire ou de recapitalisation par abandon de créance (Lehman, Enron, General Motors, Parmalat, Eurotunnel, CGG…).

- Si l'on suppose que le taux de perte en cas de défaut est proche de 100 % pour l'actionnaire, alors en moyenne la prime de défaut dans le coût du capital est x$\mathbf{1,7}$ fois supérieure à celle incluse dans un spread de crédit :

$$\begin{cases} \Pi_{\mathrm{d}Bond} \approx \dfrac{D_T}{T} \times A_B \\ \Pi_{\mathrm{d}Equity} \approx \dfrac{D_T}{T} \times A_E \end{cases} \Rightarrow \quad \frac{\Pi_{\mathrm{d}Equity}}{\Pi_{\mathrm{d}Bond}} \approx \frac{A_E}{A_B} \approx \frac{1}{0{,}6}$$

4. Application aux actions

L'effet du risque de défaut sur le risque systématique



- Les sociétés les moins bien notées ont les bêtas les plus élevés
- La notation apporte une information plus riche que le seul levier, lequel explique mal le bêta des sociétés (cf. annexe 4).

Sur les composantes de volatilité et de corrélation des bêtas des actions en fonction du risque de défaut, cf. annexe 3.

4. Application aux actions

Exemple

- Une certaine biotech présente ***un chance sur trois*** de faire défaut à 5 ans, ceci correspondant à la probabilité qu'un nombre critique de molécules n'obtiennent pas l'AMM simultanément (chaque projet suivant une loi binomiale) ;
- On suppose qu'à 5 ans i) le coût du capital en cas d'obtention des AMM et d'entrée en phase de commercialisation serait de 10 % et ii) le taux de croissance à l'infini égal à 2,5 % par an ;
- En l'absence de risque de défaut et de biais de prévision, l'espérance de rendement du secteur r est supposée égale à 5,6 % ;
- les prévisions de cash flows par action, **en cas de survie**, sont les suivantes ;

$$\mathrm{CF}_1 = -24{,}62\ € \ ;\ \mathrm{CF}_2 = 0{,}00\ € \ ;\ \mathrm{CF}_3 = 6{,}00\ € \ ;\ \mathrm{CF}_4 = 12{,}50\ € \ ;\ \mathrm{CF}_5 = 26{,}00\ € \ \text{et}\ \mathrm{CF}_6 = 33{,}87\ €.$$

- **Quelle prime de défaut satisfait à l'estimation de la probabilité de défaut à 5 ans : $D_5 = 1/3$?**
- **Quelle est la valeur de la société V_0 ?**

4. Application aux actions

Solution : 2 approches possibles

1) Dans l'équation suivante V_0 est la seule inconnue, la probabilité de survie à 5 ans dépendant ensuite de $\bar{d}$:

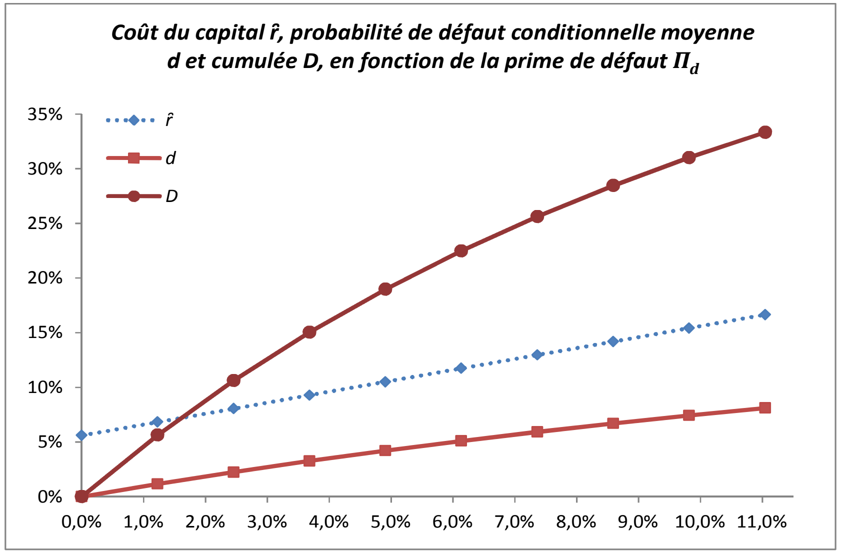
$$avec \quad \bar{d} = \bar{\lambda} \times 1 \longrightarrow \bar{d} = \frac{F_0 - V_0}{\underbrace{A}_{=1} \times \sum_1^5 \frac{F_i}{(1+r)^i}} \qquad S_5 = e^{-\bar{d} \times 5} = \frac{2}{3} \Rightarrow \bar{d} = \frac{\ln(3) - \ln(2)}{5} = 8{,}11\ \%$$

2) Comme V_0 est par ailleurs égale à la valeur des flux actualisés au rendement espéré r majoré de la prime de défaut Π_d :

$$\hat{r} = \Pi_d + r$$

- Il suffit connaissant r de l'augmenter d'une prime Π_d de plus en plus importante pour faire converger la probabilité de survie S_5 vers la valeur souhaitée de 2/3.
- L'effet de l'augmentation de Π_d :

	Π_d	$\hat{r}$	d	D
BBB	0,00%	5,60%	0,00%	0,00%
	1,23%	6,83%	1,16%	5,65%
BB	2,45%	8,05%	2,25%	10,63%
	3,68%	9,28%	3,26%	15,04%
	4,91%	10,51%	4,21%	18,97%
	6,14%	11,74%	5,09%	22,48%
	7,36%	12,96%	5,92%	25,63%
	8,59%	14,19%	6,70%	28,46%
	9,82%	15,42%	7,43%	31,02%
B	11,04%	16,64%	8,11%	33,33%



4. Application aux actions

Solution : étapes de calcul

- Calcul des valeurs hypothétiques présente et futures actualisées au taux sans risque de défaut :

$$F_0 = \frac{-26,00}{1,056} + \frac{0,00}{1,056^2} + \frac{6,00}{1,056^3} + \frac{12,50}{1,056^4} + \frac{26,00}{1,056^5} + \frac{\frac{33,87}{0,1-0,025}}{1,056^5} = 354,24$$

$$F_1 = \frac{0,00}{1,056^1} + \frac{6,00}{1,056^2} + \frac{12,50}{1,056^3} + \frac{26,00}{1,056^4} + \frac{\frac{33,87}{0,1-0,025}}{1,056^4} = 380,82$$

$$F_2 = \frac{6,00}{1,056^1} + \frac{12,50}{1,056^2} + \frac{26,00}{1,056^3} + \frac{\frac{33,87}{0,1-0,025}}{1,056^3} = 402,14$$

$$F_3 = \frac{12,50}{1,056^1} + \frac{26,00}{1,056^2} + \frac{\frac{33,87}{0,1-0,025}}{1,056^2} = 418,66$$

$$F_4 = \frac{26,00}{1,056^1} + \frac{\frac{33,87}{0,1-0,025}}{1,056^1} = 429,61$$

$$F_5 = 26 + \frac{33,87}{0,1-0,025} = 26 + 451,61 = 477,61$$

4. Application aux actions

Solution : étapes de calcul

- La valeur présente des pertes futures en cas de défaut est ainsi égale à 1 785,96 € :

$$\sum_{1}^{T} \frac{F_i}{(1+r)^i} = \frac{380{,}82}{1{,}056} + \frac{402{,}14}{1{,}056^2} + \frac{418{,}66}{1{,}056^3} + \frac{429{,}61}{1{,}056^4} + \frac{477{,}61}{1{,}056^5} = 1\,785{,}96$$

- La différence de valeur qui résulte de la prise en compte du risque de défaut est quant à elle égale à 144,81 € :

$$F_0 - V_0 = 354{,}24 - 209{,}43 = 144{,}81$$

- La valeur « risquée » V_0 résulte de plusieurs calculs successifs en augmentant la prime de défaut jusqu'à ce que le taux d'actualisation des 5 flux soit égal à 16,64 % (prime de défaut de 11,04 %) et la valeur de l'action égale à 209,43 € :

$$V_0 = \frac{-26{,}00}{\left(1+\frac{16{,}64}{100}\right)^1} + \frac{0{,}00}{\left(1+\frac{16{,}64}{100}\right)^2} + \frac{6{,}00}{\left(1+\frac{16{,}64}{100}\right)^3} + \frac{12{,}50}{\left(1+\frac{16{,}64}{100}\right)^4} + \frac{26{,}00}{\left(1+\frac{16{,}64}{100}\right)^5} + \frac{\frac{33{,}87}{0{,}10-0{,}025}}{\left(1+\frac{16{,}64}{100}\right)^5}$$

- Par suite la probabilité de défaut conditionnelle moyenne des cinq années à venir égale à une constante $\bar{d}$, égale à 8,1083 % :

$$\bar{d} = \frac{144{,}81}{1\,785{,}86} = 8{,}1083 \times 10^{-2}$$

4. Application aux actions

Solution : Validation et arrêt de la procédure

- la fonction de survie est égale à $S(t) = e^{-\bar{\lambda}\times t}$, et la fonction de défaut cumulée s'en déduit : $D(t) = 1 - S(t)$

		1 an : t = 1	2 ans : t = 2	3 ans : t = 3	4 ans : t = 4	5 ans : t = 5
S (t)	Fonction de survie	92,2117%	85,0300%	78,4076%	72,3010%	66,6700%
D (t)	Fonction de défaut non conditionnelle	7,7883%	14,9700%	21,5924%	27,6990%	33,3300%

- Il est enfin vérifié que la valeur de marché de l'action est égale à la valeur présente des cash flows futurs ajustés des pertes probabilisées en cas de défaut, actualisés au taux r, hors prime de risque de défaut, et en supposant nul le taux de récupération de l'actionnaire en cas de défaut :

$$V_0 = \sum_{1}^{T} \frac{CF_i - d_i F_i}{(1+r)^i}$$

		1 an : t = 1	2 ans : t = 2	3 ans : t = 3	4 ans : t = 4	5 ans : t = 5
d	Probabilité de défaut conditionnelle	8,1083%	8,1083%	8,1083%	8,1083%	8,1083%
Vf_i	Perte future en cas de défaut	-380,82	-402,14	-418,66	-429,61	-477,61
$d \times Vf_i$	Perte future probabilisée	-30,88	-32,61	-33,95	-34,83	-38,73
CF	CF en cas de survie	-26,00	0,00	6,00	12,50	477,61
CF* = CF - $d \times Vf_i$	**CF probabilisé de la perte en cas de défaut**	**-56,88**	**-32,61**	**-27,95**	**-22,33**	**438,89**
Taux in fine $1/(1+r)^t$	Coefficient d'actualisation au taux dérisqué r	94,6970%	89,6752%	84,9197%	80,4163%	76,1518%
VA{CF*}	Valeur présente	-53,86	-29,24	-23,73	-17,96	334,22
$V_0 = \sum VA\{CF_i^*\}$	Valeur de marché	209,43				

5. Conclusion

- Il serait absurde d'actualiser des flux obligataires *contractuels* à un taux égal à l'espérance de rendement de l'obligation, il n'y a pas de raison de faire différemment pour les actions dans la mesure où les prévisions de cash flows sont systématiquement établies **en cas de survie**.

- La prise en compte du risque de défaut est généralement significative pour la valeur d'une action, puisqu'elle l'est davantage que pour une obligation : la prime de défaut est importante même pour l'évaluation d'une *high grade* corporate notée AA, sans dette.

- La distinction entre i) le **coût du capital** requis pour actualiser des prévisions de cash flows (généralement biaisées à la hausse) et ii) **l'espérance de rendement** des actions (plus modeste):
  - apporte une réponse concrète et rationnelle aux praticiens qui utiliseraient sinon des primes arbitraires ;
  - résout la veille incompréhension entre théoriciens et praticiens encore récemment soulignée par **Eugene Fama** :

« au terme d'un demi-siècle de recherche et de raffinements, la plupart des modèles d'équilibre des actifs financiers ont échoué d'un point de vue empirique […] le large éventail des estimations de la prime de risque du marché, située n'importe-où entre 2 % et 10 %, jetant un doute sur leur fiabilité et sur leur utilité pratique. »

Au contraire, cette apparente dispersion est la traduction de deux concepts qui loin de s'opposer sont la traduction d'une même réalité de marché vue sous deux angles différents, ce dont il faut plutôt se réjouir…

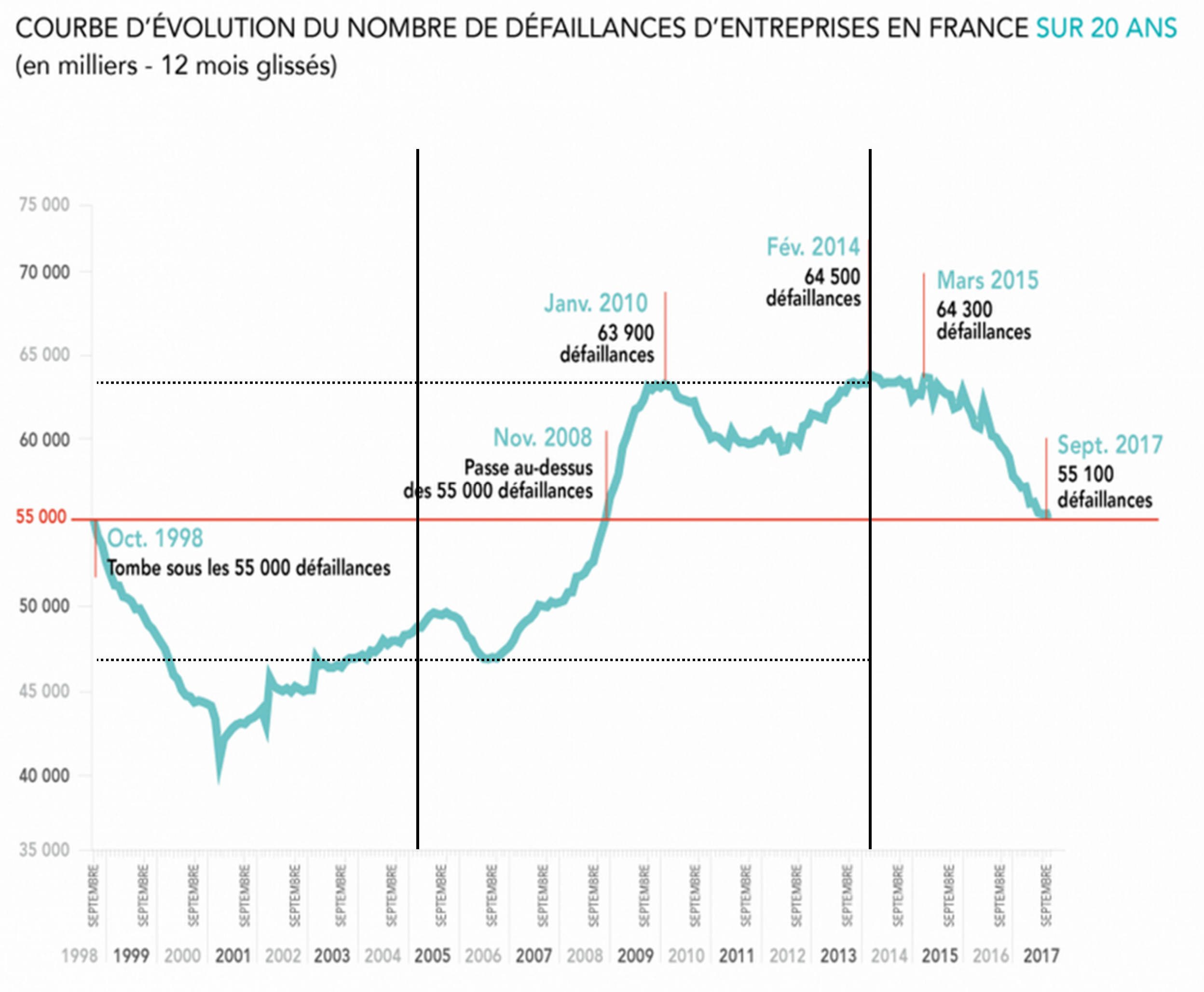
$$\underbrace{\text{Coût du capital}}_{\hat{r} = r_f + \hat{\Pi} \in [3\ \%\ ;\ 9\ \%]} \geq \underbrace{\text{Espérance de rendement}}_{r = r_f + \Pi_R \in [0\ \%\ ;\ 6\ \%]}$$

ANNEXE 1 : le nombre de défaillances en France selon ALTARES

Les PME et ETI cotées ont suivi un parcours assez similaire à celui de l'ensemble de l'économie sur la période 2005 à 2013.

L'amplitude des variations a été plus importante pour les sociétés cotées, avec une décrue dès 2013, alors qu'elle ne s'est produite pour l'ensemble de l'économie qu'à partir de 2016.

La moyenne 2005-2013 pour l'économie (essentiellement des entreprises non cotées) est assez proche de la moyenne longue sur 20 ans (1998-2017)



ANNEXE 2 : Pourquoi les sociétés non endettées sont-elles aussi risquées ?

Les bêtas des actions sont généralement peu corrélés au levier d'endettement (cf. annexe n° 4) contrairement à ce que la formule d'Hamada laissait présupposer.

Le levier cible est piloté pour rester dans une norme de risque commune à 70 % des sociétés cotées.

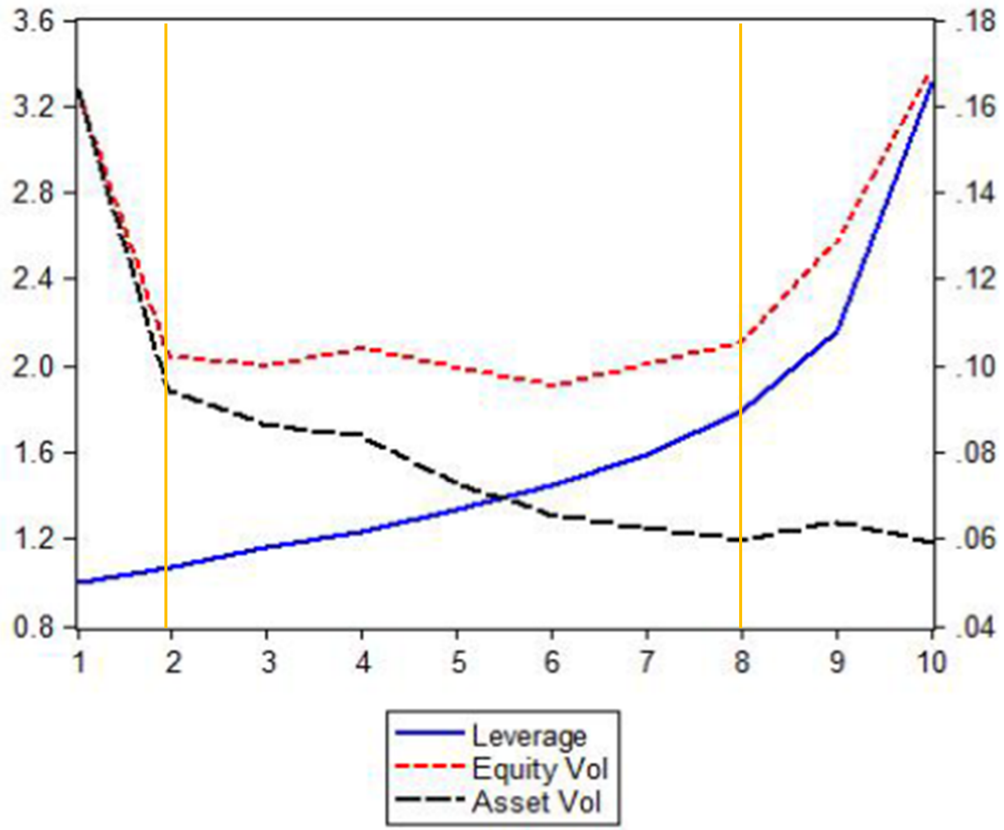
Les actions risquées sont celles des sociétés les plus endettées mais aussi des sociétés qui ne peuvent pas l'être (courbe rouge en U).

Si le risque de faillite n'était pas amplifié par la dette, toutes les sociétés situées entre le 7e et le 10e décile pourraient avoir un même levier et maximiser ainsi leur *tax shield*.

Choi, Jaewon and Richardson, Matthew P., **The Volatility of a Firm's Assets and the Leverage Effect** (August 1, 2015). AFA 2010 Atlanta Meetings Paper. Available at SSRN: https://ssrn.com/abstract=1359368

Fig. 1: Asset and Equity Volatility across Leverage Deciles

This figure plots leverage, equity volatility, and asset volatility across decile leverage buckets. Firms are sorted into decile buckets based on their median market assets-to-equity ratios. The plotted equity and asset volatilities are within-bucket averages for each firm's standard deviations of monthly equity and asset returns.

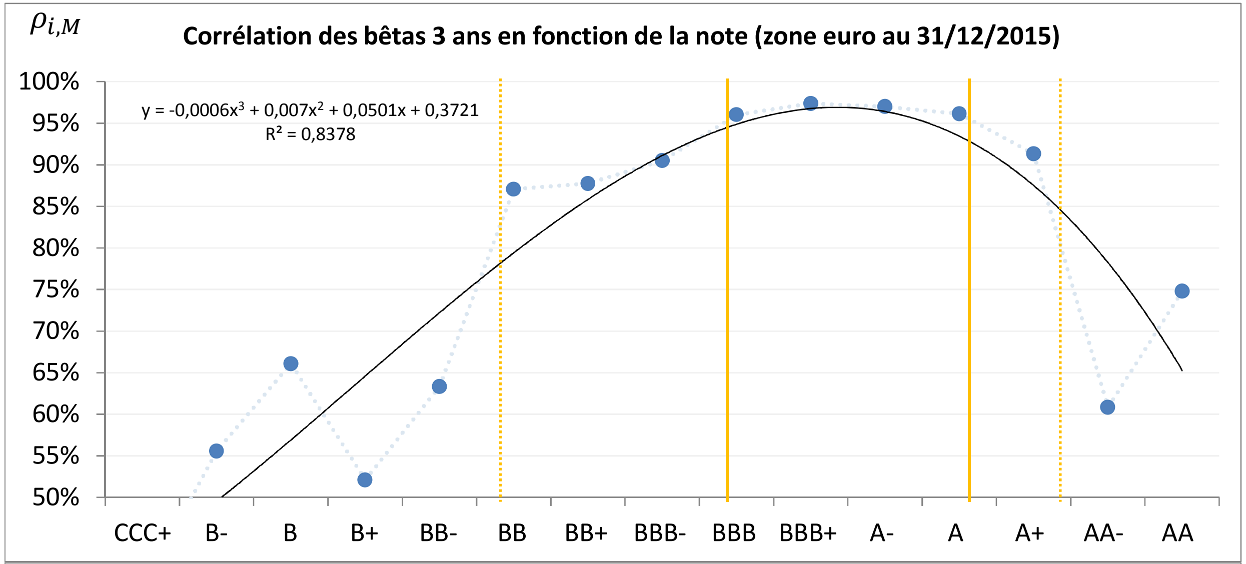


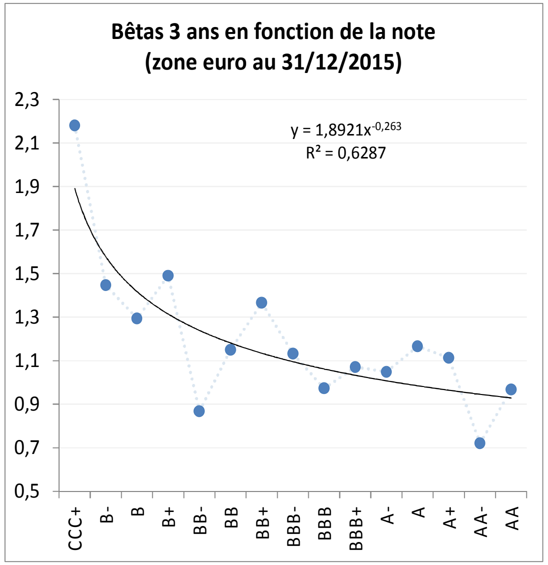
ANNEXE 3 : Les composantes du bêta-action en fonction de la note

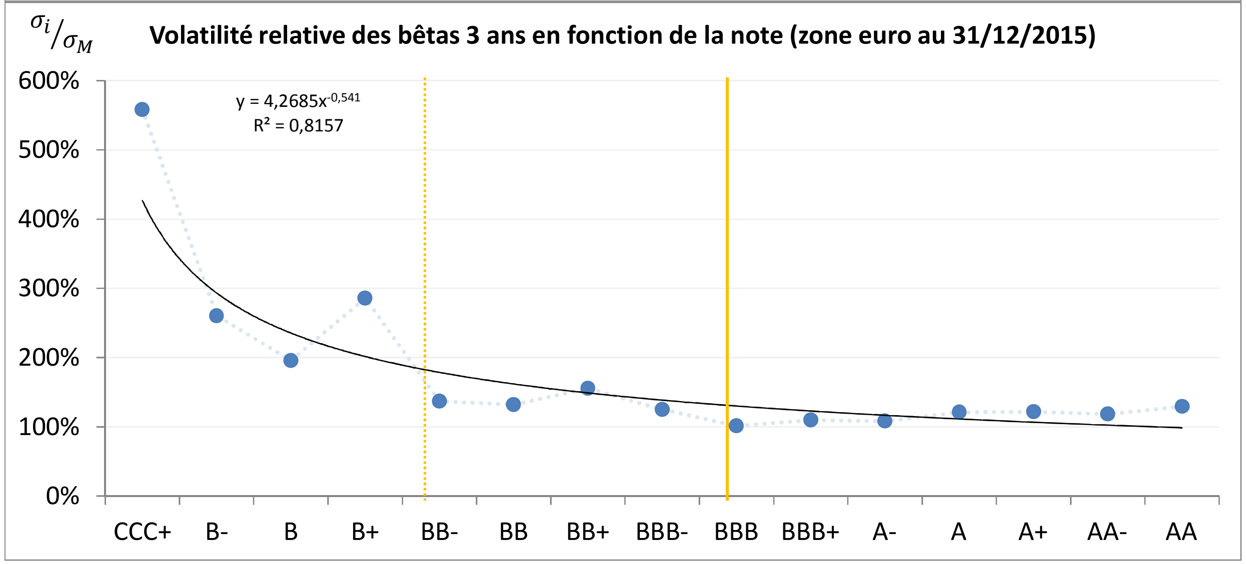
$$\beta_i = \rho_{i,M} \times \frac{\sigma_i}{\sigma_M}$$

Les bêtas élevés des actions d'émetteurs de ratings très spéculatifs (≤ B⁺) proviennent d'une forte volatilité $\frac{\sigma_i}{\sigma_M}$ (en partie amortie par une faible corrélation $\rho_{i,M}$).

Les high grades (≥ AA⁻) sont légèrement plus volatiles que les autres investment-grades mais moins corrélés, d'où des bêtas faibles.







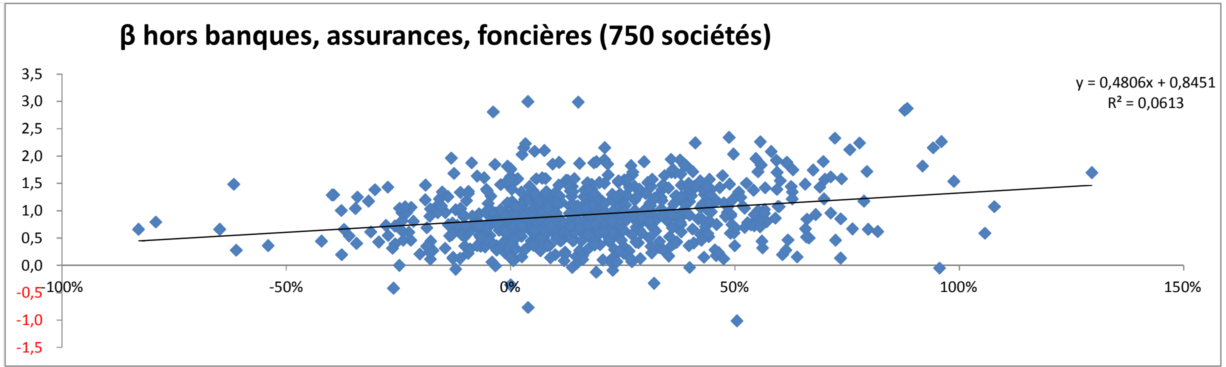
ANNEXE 4 : Les bêtas des actions en fonction du levier (3 ans, euro, déc. 2015)

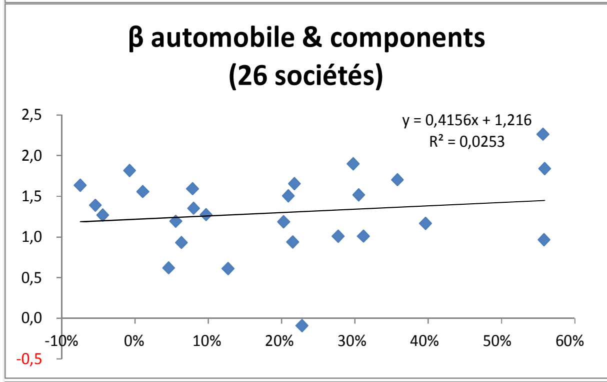
Les bêtas des actions (hors banques-assurances) sont faiblement corrélés avec le levier d'endettement.

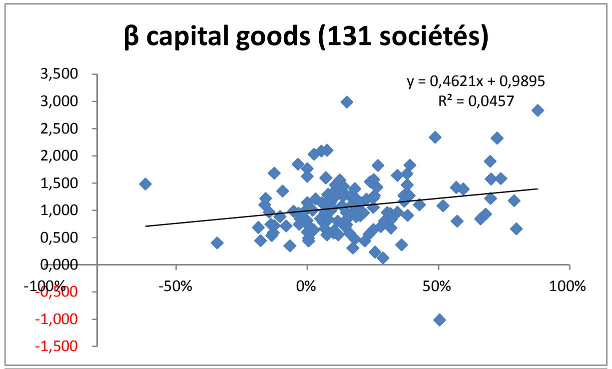
Des regroupements sectoriels n'améliorent pas vraiment le r² de la régression.

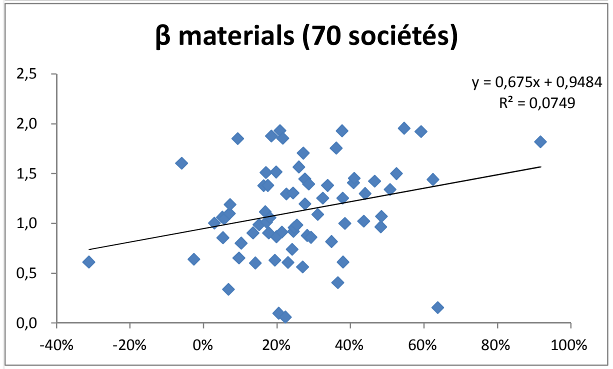
Les portefeuilles sectoriels permettent néanmoins de déceler :

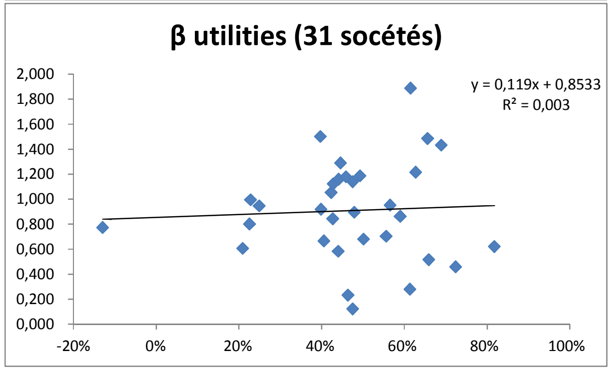
- des degrés de sensibilités plus ou moins marquées du bêta à l'effet de levier (pentes +/- marquées),
- avec des intercepts (bêtas hors dettes) plus ou moins élevés.







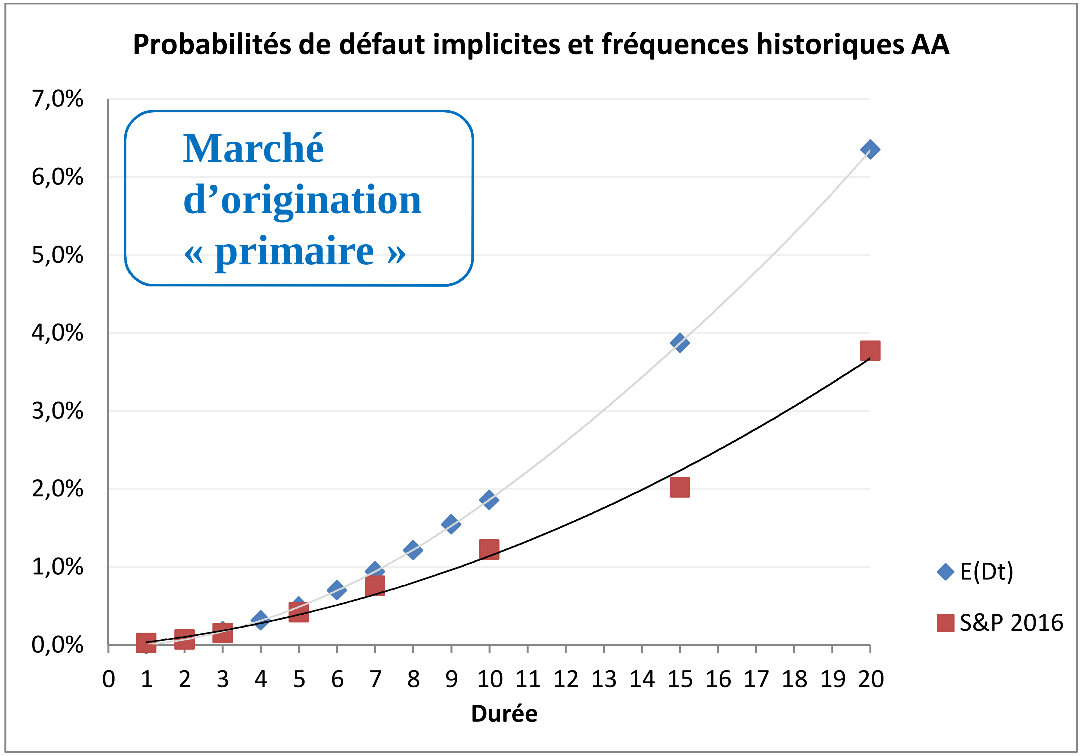




ANNEXE 5 : Primes de défaut implicites des sociétés notées AA (à fin 2015)

La prime de défaut implicite des spreads **AA** à fin 2015, Π_d , (entre 18 pb et 75 pb) implique potentiellement une prime de risque de défaut--actions Π_{dE} pour un émetteur de même rating comprise entre **30 pb** et **125 pb** en fonction de l'horizon d'investissement (68 pb à 5 ans).

Avec les probabilités de défaut égales aux moyennes S&P, les primes implicites de défaut Π_{dE} des émetteurs actions seraient comprises entre **5 pb** et **45 pb** (17 pb à 5 ans).



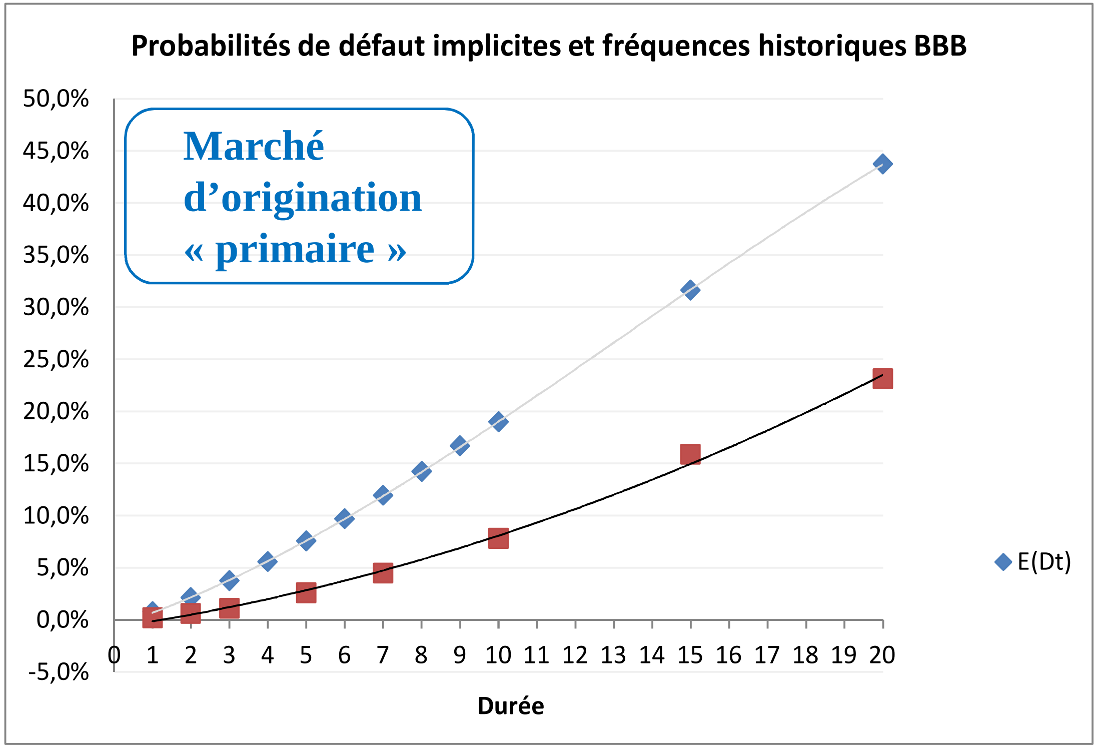
Composantes du spread et probabilités de défaut implicites

Durée	β_d	Π_R	$\Pi_R \times \beta_d$	Π_A	$\Pi_R \times \beta_d + \Pi_A$	*Sc*	Π_d	S_t	D_t	*S&P 2016**
1	2,2%	4,6%	0,10%	0,14%	0,25%	0,43%	0,18%	99,70%	**0,3%**	0,06%
2	3,5%	4,6%	0,16%	0,15%	0,32%	0,57%	0,25%	99,17%	**0,8%**	0,16%
3	4,6%	4,5%	0,21%	0,16%	0,37%	0,67%	0,30%	98,51%	**1,5%**	0,30%
4	5,6%	4,4%	0,25%	0,16%	0,41%	0,75%	0,34%	97,74%	**2,3%**	
5	6,5%	4,3%	0,28%	0,16%	0,44%	0,82%	0,38%	96,88%	**3,1%**	0,72%
6	7,4%	4,2%	0,31%	0,16%	0,47%	0,89%	0,41%	95,95%	**4,0%**	
7	8,2%	4,0%	0,33%	0,16%	0,49%	0,94%	0,45%	94,93%	**5,1%**	1,35%
8	9,0%	3,9%	0,35%	0,17%	0,52%	1,00%	0,47%	93,86%	**6,1%**	
9	9,7%	3,7%	0,36%	0,17%	0,53%	1,05%	0,51%	92,67%	**7,3%**	
10	10,4%	3,7%	0,38%	0,17%	0,55%	1,09%	0,53%	91,51%	**8,5%**	2,51%
15	13,7%	3,2%	0,44%	0,18%	0,62%	1,29%	0,65%	84,96%	**15,0%**	5,07%
20	16,6%	3,0%	0,49%	0,19%	0,68%	1,45%	0,75%	77,83%	**22,2%**	8,66%

ANNEXE 6 : Primes de défaut implicites des sociétés notées BBB (à fin 2015)

La prime de défaut implicite des spreads **BBB** à fin 2015, Π_d, (entre 48 pb et 173 pb) implique potentiellement une prime de risque de défaut--actions Π_{dE} pour un émetteur de même rating comprise entre **80 pb** et **290 pb** en fonction de l'horizon d'investissement (157 pb à 5 ans).

Avec les probabilités de défaut égales aux moyennes S&P, les primes implicites de défaut Π_{dE} des émetteurs actions seraient comprises entre **20 pb** et **130 pb** (50 pb à 5 ans).



Composantes du spread et probabilités de défaut implicites

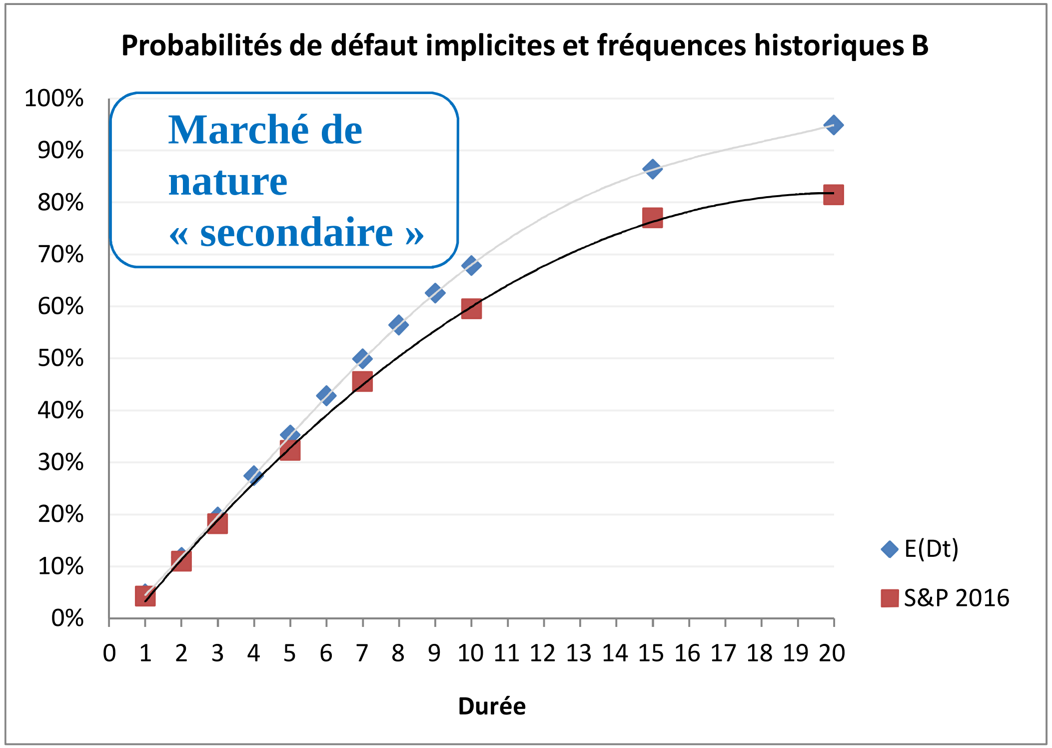
Durée	β_d	Π_R	$\Pi_R \times \beta_d$	Π_A	$\Pi_R \times \beta_d + \Pi_A$	*Sc*	Π_d	S_t	D_t	*S&P 2016**
1	2,5%	4,6%	0,11%	0,14%	0,26%	0,74%	0,48%	99,20%	**0,8%**	0,19%
2	4,0%	4,6%	0,18%	0,15%	0,34%	0,98%	0,65%	97,87%	**2,1%**	0,59%
3	5,2%	4,5%	0,24%	0,16%	0,39%	1,16%	0,76%	96,25%	**3,7%**	1,09%
4	6,3%	4,4%	0,28%	0,16%	0,44%	1,31%	0,86%	94,42%	**5,6%**	
5	7,3%	4,3%	0,32%	0,16%	0,48%	1,43%	0,94%	92,43%	**7,6%**	2,60%
6	8,3%	4,2%	0,35%	0,16%	0,51%	1,54%	1,02%	90,30%	**9,7%**	
7	9,2%	4,0%	0,37%	0,16%	0,54%	1,64%	1,09%	88,06%	**11,9%**	4,48%
8	10,1%	3,9%	0,40%	0,17%	0,56%	1,73%	1,15%	85,74%	**14,3%**	
9	10,9%	3,7%	0,41%	0,17%	0,58%	1,82%	1,22%	83,29%	**16,7%**	
10	11,7%	3,7%	0,43%	0,17%	0,60%	1,89%	1,26%	81,01%	**19,0%**	7,83%
15	15,4%	3,2%	0,50%	0,18%	0,68%	2,24%	1,52%	68,36%	**31,6%**	15,88%
20	18,7%	3,0%	0,55%	0,19%	0,74%	2,52%	1,73%	56,26%	**43,7%**	23,12%

ANNEXE 7 : Primes de défaut implicites des sociétés notées B (à fin 2015)

La prime de défaut implicite des spreads **B** à fin 2015, Π_d, (entre 289 pb et 892 pb) implique potentiellement une prime de risque de défaut--actions Π_{dE} pour un émetteur de même rating comprise entre **490 pb** et **1 490 pb** en fonction de l'horizon d'investissement (870 pb à 5 ans).

Avec les probabilités de défaut égales aux moyennes S&P, les primes implicites de défaut Π_{dE} des émetteurs actions seraient comprises entre **440 pb** et **843 pb** (780 pb à 5 ans).

Sur ce marché « **secondaire** », l'écart entre défaut anticipé et historique peut être positif comme négatif.



Composantes du spread et probabilités de défaut implicites

Durée	β_d	Π_R	$\Pi_R \times \beta_d$	Π_A	$\Pi_R \times \beta_d + \Pi_A$	*Sc*	Π_d	S_t	D_t	*S&P 2016**
1	9,2%	4,6%	0,42%	0,14%	0,57%	3,50%	2,89%	95,30%	**4,7%**	4,28%
2	14,7%	4,6%	0,67%	0,15%	0,83%	4,65%	3,73%	88,30%	**11,7%**	10,95%
3	19,3%	4,5%	0,87%	0,16%	1,03%	5,48%	4,33%	80,54%	**19,5%**	18,16%
4	23,4%	4,4%	1,03%	0,16%	1,19%	6,17%	4,81%	72,57%	**27,4%**	
5	27,2%	4,3%	1,17%	0,16%	1,33%	6,75%	5,22%	64,73%	**35,3%**	32,31%
6	30,7%	4,2%	1,28%	0,16%	1,45%	7,28%	5,59%	57,20%	**42,8%**	
7	34,1%	4,0%	1,38%	0,16%	1,54%	7,75%	5,92%	50,11%	**49,9%**	45,53%
8	37,3%	3,9%	1,46%	0,17%	1,63%	8,18%	6,23%	43,58%	**56,4%**	
9	40,3%	3,7%	1,50%	0,17%	1,68%	8,58%	6,54%	37,48%	**62,5%**	
10	43,3%	3,7%	1,59%	0,17%	1,76%	8,96%	6,80%	32,19%	**67,8%**	59,55%
15	56,9%	3,2%	1,84%	0,18%	2,02%	10,57%	7,97%	13,63%	**86,4%**	76,99%
20	69,0%	3,0%	2,04%	0,19%	2,23%	11,89%	8,92%	5,11%	**94,9%**	81,46%

ANNEXE 8 : hiérarchie des indicateurs de risque obligataire à fin 2015